Neumann János

Elöljáróban néhány vélemény nagyságáról*:*

*„A maga idejében Neumann János volt a világ legokosabb embere.”  
(Klein György)*

*Lánczos Kornél szerint: „Neumann János nem csupán az egyik legkiválóbb matematikus volt, hanem a legkiválóbb matematikus a 20. században.”*

*A Nobel-díjas Fred Reines mondta: „Ha valaki fölvetett egy problémát, és Neumann nem adott rá rögtön egy megoldást, akkor az a probléma megoldhatatlan.”*

*Teller Ede tréfásan így jellemezte Neumann János képességét:  
„1) Neumann János bármely állítást be tudott bizonyítani.  
2) Bármi, amit Neumann bebizonyított, az úgy is van.”*

*Wigner Jenő azt mondta, barátai között Neumann volt az egyetlen zseni, holott Einsteinnel is együtt dolgozott és Dirac a sógora volt.*

Nagyjából ez a tízedik alkalom, hogy fizikatörténeti előadást tartok matek vagy fizikatáborban. Az utóbbi időben legtöbbször a XX. századi modern fizikáról, pontosabban az atombomba történetéről, a zseniális magyar tudósokról szólt az esti mese. Közülük kiemelt szerepet játszott a világ történelmének alakításában is az az öt ember, akiket Amerikában külön névvel, marslakóként emlegetnek.

Szilárd Leó, Teller Ede, Wigner Jenő, Kármán Tódor, Neumann János.

Mind zseni volt, és nagyon sok közös ismertetőjeggyel rendelkeztek. Jól ismerték egymást, sokszor közösen dolgoztak. Ahogy már többször elhangzott, sikereik egyik kulcsa az a hálózatnak nevezett összetartás volt, ami ifjúkoruktól összekötötte őket. Nem lehet úgy ismertetni bármelyikük életét, tudományos munkáját, hogy a többiek ne legyenek vastagon benne. Mindegyiküknek volt szerepe a II. világháborús amerikai katonai győzelemben, valamennyien hozzájárultak az atombomba elkészítéshez. Talán emlékszik még a hallgatóság arra, hogy nagyjából egyidősek voltak, csak Kármán volt társainál idősebb.

A zsenik számára sokszor fontosabb, ami a fejükben történik, mint ami körülöttük. Az adott történelmi korban mégsem vonhatták ki magukat a világpolitikában történtekből.

Palló Gábor, aki talán a legtöbbet foglalkozott a kiugróan nagyszámú magyar zsenivel, így ír:  
„Föltűnő a magyar jelenséghez tartozó tudósok szokatlanul erős politikai aktivitása, amely talán Teller esetén vált legláthatóbbá, de elvezet a *Manhattan-tervben* való egész magyar részvételig, Kármán révén a NATO-ig, Szilárd és Neumann révén a hidegháború korai szakaszának atomdiplomáciájáig, Szent-Györgyin keresztül a magyarországi antifasiszta mozgalmakig, sőt Gábor Dénes *Római klubbeli* részvételével egészen az ökológiai mozgalmakig.”

A „marslakók” mindegyike legyőzendő veszedelemnek tartotta a világuralomra törő német fasizmust. Azt azonban másként látták, hogy milyen utat kell végigjárni ennek legyőzéséhez, mennyi áldozatot ér meg a győzelem. Különbözőképp képzelték el azt is, hogy milyen legyen a világ a győzelem után.

Az élettörténetek, a tudományos érdeklődés és a tudományos teljesítmény hasonlóságai nem fedhetik el az egyes személyek eltérő személyiségjegyeit, eltérő személyes törekvéseiket, politikai és erkölcsi nézeteik, világfelfogásuk lényeges különbségeit. Mindnyájan saját tudományterületük óriásai, ismernünk és elismernünk kell munkájukat,- de azt mindenki maga döntse el, hogy viselkedésük, nézeteik alapján kit szeret, vagy tekint cselekedeteiben követendőnek.

A marslakók közül nekem messze Szilárd Leó a kedvencem.

Azt hiszem azért (is), mert baloldali, liberális gondolkodása, fantasztikus humanizmusa, hite az emberi tisztességben, másképp fogalmazva naivitása mindig közel állt hozzám.

Ugyanakkor egyre világosabban látom, hogy Neumann elsősorban azért nem lett a szívem csücske, mert a végletekig racionális maradt, semmi érzelem, mindent a kiszámolt eredménynek rendelt alá. Jól mutatja ezt viszonya az atombomba kifejlesztéséhez, és talán erre is vezethető vissza furcsa kapcsolata családjával, véleménye a női nemről.

Akkor miért mégis Neumannról mesélek most?

Régen már gondoltam rá, de számítástechnikából mindenki tanulta, ráadásul matematikus volt. Ennyi nálam felkészültebb matekos előtt nem akartam felsülni vele. De egyrészt nyugdíjasként több időt tudtam a felkészülésre szánni, másrészt Neumann ugyan matematikus volt, de természetesen ő sem vonhatta ki magát a fizika forradalma és a tudósok II. világháborús szerepvállalása alól. Amellett annyi mindennel foglalkozott, hogy egy előadás kevés arra, hogy mindenről részletesen beszéljünk, így talán megúszhatom, hogy olyan témába fogjak, amit nem értek: alig esik majd szó róla mint matematikusról, és nem beszélek sokat arról, mivel járult hozzá a számítógép megalkotásához.

Kicsit arról, milyen könyvekkel töltöttem az időmet őrá készülve.

Életrajzot sok helyről lehet keresni. A marslakókról egy csomó már általam is ismertetett könyv szól. Külön fejezetet szentel nekik például az amerikai Rhodes nagy könyve, Az atombomba története. Emellett volt egy egyetemi jegyzet, ami számba veszi az összes tudományterületet, ahol Neumann világraszólót alkotott. No, ebből a fizika részt értettem és élveztem. Ha előbb ismerem, a tagozatos osztályok tanításában is jól használhattam volna. De érdemes volt elolvasnom Mérő László: Mindenki másképp egyforma című könyvének idevágó fejezeteit is. Emellett megszereztem Czeizel Endre könyvét, melynek címe: Matematikusok, gének, rejtélyek, a magyar matematikus –géniuszok elemzése (majdnem 500 oldal). Ő kétfele osztja azt a tizenöt zsenit, akivel foglalkozik, tíz elméleti és öt alkalmazott matematikusra. Neumann Jánost (Kármán Tódor, Wigner Jenő, Teller Ede, Harsányi János társaságában) az utóbbiak közé sorolja.

Mielőtt rátérnék azoknak a tudományterületeknek az ismertetésére, amelyben Neumann világszínvonalút alkotott, hadd idézzem egy kicsit Czeizelt. Ő megkülönbözteti a géniuszok két csoportját, a kreatívakat és a szabályosan gondolkodókat. A kreatívaknak (Newton, Bolyai, Einstein, teszem hozzá, Szilárd) mindig szokatlan jut eszébe, újszerűen keresik a problémák megoldását, nehezen illeszkednek be a társadalom szokott rendjébe. Neumann szerinte nem ilyen, ő „szabályosasan” gondolkodott. Az ilyenek még meg nem oldott feladatok megoldására vállalkoznak. Ezeket továbbgondolva jutnak egészen új, eredeti elképzelésekhez. Az ilyen „rendet teremtők” jól beilleszkednek az iskolai közösségekbe, később a társadalomba is, mondja. Ezzel magyarázza, hogy Neumann a nyugodt, kiegyensúlyozott kedélyű emberek közé tartozott, akit kortársai kedveltek, és az USA legmagasabb vezetői körében is népszerű volt.

Ezt én túlegyszerűsítésnek érzem. Nem szeretek ennyire kategorizálni. Ahhoz, hogy ez ilyen egyszerűen igaz legyen, külön bekezdéseket kellett szentelnie annak a ténynek, hogy Neumann érzéketlen volt barátai, családtagjai gondjai iránt. Ezt azzal magyarázza, hogy csak a tudománynak élt, tudományos kérdésekben mindig segítőkészen. ( Máshol olvastam, hogy tudóstársai között is válogatott.) Egész freudi sztorit kell viszont közölnie Czeizelnek ahhoz, hogy megmagyarázza, miért nem tekintette Neumann egyenrangúnak a nőket sem munkahelyén, sem – két házassága ellenére – otthon.

Kezdjük a közepén. Hogy ismerkedik meg 17 évesen Kármánnal, a család barátjával, aki ekkor már az aacheni műszaki főiskola repüléstudományi tanszékének vezetője, elismert szaktekintély? Tipikusan. Megszokhattuk az üzleti életben, vagy az iparban sikeres gazdag zsidó apáktól, hogy gyermeküket igyekeznek meggyőzni a tudósi pálya magyarországi kilátástalanságáról. Azért vitte ki Neumannt édesapja Kármánhoz, hogy az beszélje le fiát arról, hogy matematikusnak tanuljon.

Biztos emlékeztek rá, hogy Kármánt apja hatévesen eltiltotta a matektól, annyira megijedt attól, hogy képes volt hatjegyű számokat fejben szorozni. Nos, Neumannt nem tiltották el hatévesen, bár ő nyolcjegyű számokat szorzott, osztott fejben. Egyszóval zseni volt. Hihetetlen logikai készséggel, szivacs memóriával. (Amit egyszer elolvasott, azt tudta fejből.) Egyszer betegsége alatt kiolvasott egy több mint 40 kötetes enciklopédiát, onnantól kiválóan ismerte a történelmet is.

A dúsgazdag bankár papa (aki - ilyenről már esett szó Kármánnál is -, nemességet kap, ezért lesz Neumann hivatalosan Margittai Neumann János, aki későbbi külföldi tartózkodása idején vette fel először a Johann von Neumann, majd később a John von Neumann nevet) mindenben segítette fia fejlődését. Francia, német, angol nevelőnő, hatalmas könyvtár, a családi ebédek alatti beszélgetések fiával németül, vagy éppen ógörögül (tudott latinul is). Az ebédre, vacsorára esetenként a legjobb magyar matematikusokat hívta vendégül, de megfordult ott Karinthy, Kosztolányi is.

Végül apja beíratta az ország egyik leghíresebb gimnáziumába, a Fasori Evangélikus Gimnáziumba, ahol Rátz tanár úr azonnal észrevette, hogy a gimnáziumi anyag helyett egyetemi tanárokkal kell a fiúnak konzultálnia, és ő is adott neki különórákat, persze ingyen.

Országos matekversenyt nyer, és megjelenik első cikke is. Jellemző a korabeli versenyszellemre, hogy Wignert hetekre búskomorrá tette, amikor megmondták neki, hogy van nála jobb matematikus az iskolában.

Egyébiránt Kármán azonnal felismerte a 17 éves srác tehetségét, akivel a különböző végtelenek tulajdonságáról beszélgetett. Kompromisszumot ajánlott a papának. A matek mellett – amiből nem lehet megélni, meggazdagodni – végezze el a fiú a vegyészetet is.

(Ismert, hogy Wigner is vegyészetet végzett, de Teller is erre iratkozott be, csak 2 év után átment fizikusnak.)

Egyetemi tanulmányairól ellentmondó dolgokat olvastam. Biztos, hogy Svájcban diplomázott, mint vegyészmérnök (1925). Egyes források szerint ide csak azután ment, hogy beiratkozott a berlini egyetemre is (filozófiát, matematikát, fizikát, kémiát hallgatott). Idejének nagy részét két évig itt töltötte, és többek között Einstein szemináriumára járt. Ugyanakkor beiratkozott a budapesti tudományegyetemre is, ahol summa cum laude védte meg matematikából doktoriját (1926, témája halmazelmélet, tanára Fejér Lipót). Csak a kinti tanítási szünetekben járt haza órát látogatni, levizsgázni. (A matematika mellett fizika, kémia a melléktárgya.) Tehát egyrészt mérnök lett, másrészt matematikus. Természetesen hallgatott matematikát Zürichben is, ahol tanára Pólya György volt. (Róla még kellene egyszer beszélni, hisz Berzsenyis volt, bár erre nem volt különösebben büszke.)

Pólya két dolgot is mesélt róla:

– Egyrészt féltek tőle a laborban, mert nagyon ügyetlen volt. (Lásd Kármán, Szilárd.)  
Itt zárójelben jegyezném meg, hogy ellentétben Szilárddal, ő tudott autót vezetni, sőt szeretett, de pocsék sofőr volt. Több balesetéről olvastam, sőt Princetonban, ahol tanított, volt olyan utcasarok, amit Neumann-saroknak hívtak, mert mindig ott törte össze a kocsiját.

– Másrészt ő volt az egyetlen diák, akitől ő félt, mert nagyon gyors volt. Elmondása szerint vezetett egy szemináriumot, ahol ismertetett egy addig nem bizonyított tételt, és Neumann 5 perc múlva jelentkezett a bizonyítással.

Hová mehet egy zseniális, gazdag családból származó magyar matematikus, ha végez?  
Németországba, Göttingenbe, Hilbert mellé. Ugye ez a matematika világközpontja, és egyben egyike a modern fizika bölcsőjének is. (Kármán töltött itt ösztöndíjasként hosszabb időt.)

Sorsa a továbbiakban vészesen hasonlít a többiekéhez. Nagyon fiatalon (24 évesen) már egyetemi magántanár Németországban, majd Princetonba hívják előadni. 4 évig fél évet itt, fél évet Németországban tölt, mindaddig, míg Hitler hatalomra nem jut. Hamar, már 1937-ben megkapja az amerikai állampolgárságot. A háború kitörésekor jelentkezik a hadseregbe, ahol igényt tartanak különleges szolgáltatásaira.

Aberdeenben volt a hadsereg kísérleti lőtere. Itt építette meg Kármán Tódor Amerika első szuperszonikus szélcsatornáját (1937). Kármánt érdekelte az aerodinamika, amit a szuperszonikus repülés katonailag még fontosabbá tett. De a levegő mozgásának differenciálegyenletei nagyon nem lineárisak, megoldásukhoz nem volt elég a megszokott matematika. Ezért Kármán konzultánsnak kérte föl Neumannt még ugyanebben az évben.

Közben, részben Kármán hatására, számos bizottságba kinevezték, és aktívan részt vett a tanácskozásokon. Hamarosan gyakorlati alkalmazott matematikusi hírneve épp úgy kezdett terjedni, akárcsak tizenöt évvel azelőtt briliáns elméleti matematikusi hírneve.

Új csodálói között volt Simon tábornok a hadianyagügyi osztályról és Vannevar Bush, a tudományos kutatás és fejlesztés hivatalának vezetője.

A háború végére nincs olyan fegyvernem, amelynek ne lenne tanácsadója.1943 elején Angliába küldték (egyes irodalmak szerint Einsteinnel együtt), hogy segítséget nyújtson az angoloknak a tengeralattjárók elleni ́es légvédelmi háborúban, cserébe sokat tanult a britektől a detonációkról.

Neumann a lökéshullámok keletkezésével, terjedésével és visszaverődésével foglalkozott. Ez irányú kutatásainak egy része még ma is titkosított. Többek között azt is kutatta, hogy különböző alakú robbanófejek milyen hatást érnek el, például a gyalogsági tankelhárító fegyvernél, azaz a páncélökölnél.

Hol hasznosult a továbbiakban az itt megszerzett tudás, a nem lineáris áramlási egyenletek numerikus módszerekkel történő megoldásának gyakorlata?

Első menetben Los Alamosban, ahol az atombomba-fejlesztés központja volt. Neumann nem volt állandó lakos itt, de nagyon várt tanácsadóként sokszor volt jelen.

Nagyon rövid összefoglalás kell az atombombáról a továbbiakhoz. Aki már sokszor hallotta, nyugodtan ugorja át ezt az apró betűs szakaszt.   
Az atombomba lényege a maghasadás, ami neutronbefogás hatására következik be. De bomba csak akkor lesz a hasadásból, ha láncreakció alakul ki, azaz a hasadáskor a felszabaduló energia mellett a befogott egy neutronból egynél több olyan keletkezik, mely újabb hasadást indíthat el. Ehhez az szükséges, hogy elegendően nagy tömegű hasadó anyag legyen egyszerre együtt (kritikus tömeg), mert ellenkező esetben nagyon nagy a felületen kiszökő neutronok száma. A természetben nem található, de reaktorban könnyen előállítható,elem, a plutónium 239-s izotópja még jobb hasadóanyag, mint az urán 235-ös izotóp. A kritikus tömeget urán esetén úgy érik el, hogy két fél bombát egyberobbantanak. A módszer a plutóniumnál a spontán módon felszabaduló neutronok miatt nem kivitelezhető. Elmondhatjuk tehát, hogy ugyan a természetes uránból rendkívül nehezen különíthető el a bombához elégséges mennyiségű 235-ös (a háború végéig egy bombányi volt belőle, ezt dobták Hirosimára), viszont az uránbomba szerkezete nagyon egyszerű. Ugyanakkor plutóniumot „könnyű” előállítani -40-45 napig besugároznak uránt reaktorban, és kész -, de a bomba szerkezete bonyolult. (Az más kérdés, hogy ehhez nagyon rövid idő alatt több atomreaktort kellett építenie az USA-nak, de ez egy Wignerről szóló előadás témája lenne.) A plutónium esetére Los Alamosban kifejlesztették az úgynevezett berobbantásos szerkezetű bombát, amelynél a megfelelő mennyiségű hasadóanyagot egy gömbhéj mentén egyenletesen elosztva helyezik el, és egyszerre viszik be nagy nyomással a gömb középpontjába.

Neumannnak nagy érdemei vannak abban, hogy elfogadást nyert az úgynevezett implóziós (berobbantásos) bomba eszméje, ő számolta ki ennek az egyenleteit, és a detonációt elősegítő lencsék elveit is. (H.H. Goldstine szerint: ”Kétségkívül Neumann-nak az volt a legjelentősebb hozzájárulása a Los Alamos-i tervhez azzal, hogy bemutatta az elméleti szakembereknek, hogyan lehet a jelenségeket matematikailag modellezni és az eredményül kapott egyenleteket numerikusan megoldani. A laboratóriumi probléma kezelésére egy lyukkártyás berendezésekkel fölszerelt laboratóriumot létesítettek, amely később a világ egyik legfejlettebb és legnagyobb számítóközpontjává nőtt.") Innen számítható Neumann-nak a számítógép-használat iránti érdeklődése – de erre még visszatérek.  
Egyenes út vezetett ezután a hidrogénbomba (Tellerel közös) kifejlesztéséhez, hisz ott is az implózió módszerét kell használni. Az ehhez szükséges számításokat már az általa fejlesztett számítógépen végezte.

Az áramlásokkal kapcsolatos tudását hasznosította a célkijelölő bizottság tagjaként is. Kiszámította, milyen magasságban érdemes robbantani a bombát, hogy a legnagyobb pusztítást okozza (500 m), másrészt számítást végzett arra vonatkozóan, hogy az egyes városok terepviszonya alapján hol a legelőnyösebb a bomba felrobbantása (Kiotó, Hirosima ).

Nem szeretnék megint hosszú Szilárddal kapcsolatos fejtegetésbe kezdeni, de jelzem, hogy ezalatt Szilárd mindent megpróbál annak érdekében, hogy megakadályozza a bomba ledobását, hiszen Hitler nincs többé, Németország kapitulált.   
Míg Szilárd elképzelhetőnek tartotta a későbbiekben a párbeszédet a szovjetekkel, Neumann mélyen kommunistaellenes volt. A fegyverkezési versenyt elkerülendő még azt is elfogadhatónak tartotta volna, hogy az USA megelőző atomcsapást mérjen a Szovjetunióra! Tellerhez hasonlóan mindvégig kiállt a hidrogénbomba fejlesztése mellett, csak nála kevésbé feltűnően, simulékonyabban.

Katonai téren Neumann később bemutatandó játékelméleti tudását is használta, stratégiai problémák megoldására. Ilyen alapon nem javasolta atombomba bevetését a koreai háborúban, mert kiszámította, hogy ez világháborúhoz vezethet. Egyetlen tudósként 1955-ben kinevezték a stratégiai jelentőségű Atomenergia Bizottság tagjának, még halálos betegen, a kórházban is magas rangú katonák, kormánytagok kérték tanácsát.

De evezzünk békésebb vizekre, távolodjunk a politikától. Nézzük az áramlási számítások további következményét.

Neumann az időjárás objektív előrejelzésének egyik élharcosa, megteremtője.  
Ez a meteorológiának az az ága, amely objektív számításokon alapuló időjárás-előrejelzést tesz lehetővé. Módszere hidrodinamikai egyenletek numerikus integrálása számítógép segítségével.  
Az első ezzel foglalkozó konferenciát Neumann hívta össze 1946-ban. Helyszíne Neumann munkahelye, az IAS (Institute for Advanced Study, Princeton) volt. (Ugyanitt kezd majd „saját” számítógép-építési programba.)  
1950-ben az IAS-ban hajtották végre az első kísérletet számítógépes objektív időjárás-előrejelzésre. A 33 napon keresztül, a nap 24 órájában folyó kísérlet négy kiválasztott nap mérései alapján az 5500 m magas légköri áramlások kiszámításával foglalkozott. (A programozás vezérlőpulton, kézi dugaszolással és kapcsolókkal történt, az adatokat lyukkártyáról olvasta be a gép.)

Másodszor kerül szóba a számítógép-felhasználás.

Az egyik Neumann-könyv bevezetőjében három pontban foglalják össze, mi az, amit a számítógéppel kapcsolatban neki köszönhet a világ. Nevezetesen:  
- A tárolt program elvének kitalálása;  
- A modern számítógép első részletes leírása, a First Draft;  
- Az első modern architektúrájú (szerkezetű, felépítésű), egycímű, párhuzamos működésű számítógép (IAS).

A számítógép technikai megvalósításának problémái mellett, sőt, valójában már azok előtt tisztázni kell számos elvi jelentőségű kérdést: egy ilyen gép felépítésének az elvi lehetőségét, értelmességét, működtetésének korlátait és perspektíváit, stb. A problémakör elemzéséhez kétféle módon is hozzáfoghatunk: egyrészt vizsgálhatjuk a matematika alapelveinek logikai következményeit, másrészt elemezhetjük a természetben előforduló „változatnak”, az idegrendszernek a működésmódjait. Az első megközelítés az automaták elméletének kiépítésére vezet, a második a kibernetika és az idegélettan tanulmányozására serkent. Neumann ambíciói szerint a két megközelítést együtt is lehet alkalmazni, és előrehaladhatunk eredményeiket folyamatosan egymásra vonatkoztatva is. Neumannt többek között az a kérdés foglalkoztatta – például a kezdeti elektroncsöves számítógépek nagy meghibásodási százaléka miatt –, hogy vajon lehetséges-e hibásan működő elemekből hibátlanul működő automatát építeni? E megfelelő feltételek mellett fennálló elvi lehetőség gyakorlati megvalósíthatóságát elemezte az idegrendszer és a digitális számítógépek eseteiben is.

A számítógépekkel kapcsolatban egy picit matematikusabb részterületre hívnám fel, egy példa segítségével, a figyelmet.   
Ha bonyolult egyenletrendszereket numerikusan oldunk meg, akkor nagyon fontos, hogy a felhasznált együtthatók mennyire megbízható eredményt adnak, milyen az eredmény hibája. Ez olyan kérdéseket vetett fel, mint például, hogy

* Hány értékes jegyre kell megadni a kezdőértékeket, az együtthatókat, ha a végeredmény pontosságát előírjuk?
* Milyen feltétel esetén fog a végeredmény csak kicsit változni, ha az együtthatókat csak kicsit változtatjuk?
* Milyen számítási eljárások érzéketlenek a kerekítési hibák halmozódására?

Nézzünk egy példát!   
Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

Az egyenlet gyökei: x =100 000,00 és y = -99 999,5

Vizsgáljuk meg, hogy a gyökök mennyit változnak, ha figyelembe vesszük, hogy az első egyenlet *y* együtthatóját mérési sorozat eredményeként, ± 2 ∙ 10-5 hibával kaptuk.

Változassuk meg az első egyenletben *y* együtthatóját a hibakorláttal 1,99999-ra, majd 2,00003-ra, és oldjuk meg újra az egyenleteket!   
A gyökök az első esetben x = -99 999,5 és y = 100 000,00;   
illetve a második esetben x = 33333,3333 és y = -33332,83334.

Az egyenletrendszer gyökeinek ez az ugrásszerű megváltozása egyetlen együtthatójának 2 százezreddel való megváltozása miatt állt elő!

Neumann zsenialitása nemcsak a nagy műveletsebességű számítógépek megszületését, hanem annak felhasználása által keletkezett matematikai problémák megoldását is elősegítette.

Na, tessék, belebonyolódtam mégis egy kicsit a tőlem idegen matekba. Mentségemre szolgál, hogy ez a hibaszámítás, hibaterjedés, az eredmények megfelelő megadása mindig mániám volt, amikor fizikában mértünk.

Ezek után nagyon röviden arról, mit alkotott Neumann a fizikában. Azt mondták, ő volt az utolsó polihisztorok egyike, mindenhez értett. Ráadásul Németországban volt a modern fizika születésekor. Természetesen egyike volt a szülőatyáknak ekkor is. Egy olyan matematikus, aki érti a fizikát, annak ellenére, hogy gondolkodása tipikusan matematikusi.

Jól mutatja ezt a Wigner által többször elmesélt példa:  
„Két kerékpáros távolsága 40 km és mindkettő 20 km/óra sebességgel hajt a másik felé. Egy légy elindul az egyik fiú orráról, 30 km/óra sebességgel átrepül a másik fiú orrára, azután vissza az előzőére, ott leszáll, de rögtön továbbindul újra a másik felé. Így röpköd oda-vissza amíg csak a két biciklista nem találkozik. Mekkora a légy által megtett teljes úthossz?” - Ez a tanulmányi versenyek kedvenc feladata, aminek fizikus megoldása a következő: a biciklisták nyilván egy óra múlva találkoznak. A légy egy óra alatt 30 km-t tesz meg. Amikor a feladatot elmondtam Jancsinak, ő pár másodpercig lábujjhegyen hajlongott, majd kibökte –„30 km.” --- Mire én: Ismerted a trükköt? -„Miféle trükköt? Csak egy végtelen sor összegét kellett kiszámítanom!”

Saját maga úgy mutatkozott be egy amerikai szenátusi meghallgatáskor, hogy „matematikus vagyok és matematikai fizikus”. Fizikus kortársai a legnagyobb elméleti fizikusok egyikének tartották. Neumann tanulmányainak mintegy harmada fizika tárgyú.   
Ezek közül kiemelkedik az úgynevezett ergodikus hipotézis (Neumann óta tétel), a statisztikus fizika 40 éve megoldatlan hipotézisének precíz bizonyítása, mely megmutatta, hogy a kinetikus gázelméletet visszavezethető a klasszikus mechanikára.

Foglalkozott kora modern fizikájával. Megkísérelte összekapcsolni az általános relativitás elméletét a kvantummechanikával, de ennél fontosabb a kvantummechanika „tisztába tevése”. Megszokhatták talán a hallgatók, hogy mi fizikusok elég lazán kezeljük a matematikát. Ő azonban Hilbert-tanítvány, elméleti matematikus. Azt mondják, hogy Neumann a fizika fejlődésére a legnagyobb hatást a kvantummechanika precíz matematikai megalapozásával gyakorolta. Neumann maga ezt tartotta a legfontosabbnak matematikusi munkásságából. Gondolatmenetének nem annyira a fizikai vagy matematikai részletei az újak és érdekesek, hanem a szemlélete, mondhatnánk úgy is, hogy a filozófiája.  
  
A kvantummechanika két párhuzamos megfogalmazását Schrödinger és Heisenberg adta meg, az úgynevezett hullám-, illetve mátrixmechanikával. Dirac mutatta ki, hogy a két elmélet egy közös tőről fakad. No de Dirac matematikailag nem precíz. Neumann többekkel közös cikkekben, majd egy 1932-ben német nyelven megjelent könyvben végezte el a kvantummechanika szigorú és pontos matematikai alapokra helyezését.

A végére hagytam azt, amiért egészen biztos Nobel-díj járt volna, ha nem viszi el olyan korán a rák, és nem csak 1969-ben kezdenek el közgazdasági Nobel-díjat osztani. Ez a játékelmélet kidolgozása. Mint a Wikipédia írja:

A játékelmélet a [matematika](https://hu.wikipedia.org/wiki/Matematika) egyik, interdiszciplináris jellegű (tudományágak közé egyértelműen nehezen besorolható) ága, mely azzal a kérdéssel foglalkozik, hogy mi a racionális (ésszerű) viselkedés olyan helyzetekben, ahol minden résztvevő döntéseinek eredményét befolyásolja a többiek lehetséges választása, vagyis a játékelmélet a stratégiai problémák elmélete.  
(Az egyszerű kockadobálás nem tartozik az így definiált játékok sorába, mert a játékosok passzívak; feltétel, hogy legyen legalább két tudatos játékos.)

A játékelmélet alapjait [Neumann János](https://hu.wikipedia.org/wiki/Neumann_J%C3%A1nos) fektette le egy [1928](https://hu.wikipedia.org/wiki/1928)-as munkájában, majd az [Oskar Morgenstern](https://hu.wikipedia.org/wiki/Oskar_Morgenstern) neoklasszikus matematikus-közgazdásszal közösen írt „Játékelmélet és gazdasági viselkedés” című (*The Theory of Games and Economic Behavior,* [1944](https://hu.wikipedia.org/wiki/1944)) művében.

A játékelméletet azóta a legkülönfélébb tudományterületeken alkalmazzák. A [matematika](https://hu.wikipedia.org/wiki/Matematika), a [közgazdaságtan](https://hu.wikipedia.org/wiki/K%C3%B6zgazdas%C3%A1gtan), a [szociológia](https://hu.wikipedia.org/wiki/Szociol%C3%B3gia), a [pszichológia](https://hu.wikipedia.org/wiki/Pszichol%C3%B3gia), a [biológia](https://hu.wikipedia.org/wiki/Biol%C3%B3gia) és a [számítástechnika](https://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%A1m%C3%ADt%C3%A1stechnika) a játékelmélet által legérintettebb tudományok. A mesterségesintelligencia-kutatás is felhasználja eredményeit. Közgazdasági hasznosítása Nobel-díjat ért:[1994](https://hu.wikipedia.org/wiki/1994)-ben [Harsányi János](https://hu.wikipedia.org/wiki/Hars%C3%A1nyi_J%C3%A1nos) magyar származású közgazdász, másokkal megosztva [közgazdasági Nobel-díjat](https://hu.wikipedia.org/wiki/K%C3%B6zgazdas%C3%A1gi_Nobel-eml%C3%A9kd%C3%ADj) kapott játékelméleti kutatásaiért.

Azt olvastam, hogy Neumann pókerjátszmái hatására kezdett foglalkozni játékelméletettel. Sokan emlegetik a Los Alamosi éjszakai pókerpartikat.

Neumann kimutatta, hogy a kétszemélyes zérusösszegű véges játékok esetén mindig van olyan egyensúly, amelynél rosszabb eredményt a nyerő játékos saját megfelelő stratégiája esetén nem érhet el, akárhogy játszik a másik, és ugyanakkor a vesztő sem veszthet többet megfelelő stratégia esetén, a nyerő bármilyen játéka mellett sem. Ez a két érték megegyezik. (*Zérusösszegű* az a játék, amelyben a játékosok csak egymás kárára növelhetik nyereségüket.) A tételt Neumann-tételnek vagy minimax tételnek nevezik.

Hogy megértsük, nézzünk két példát:

Tizenegyesrúgásnál a kapusnak akkor van esélye védeni, ha előre elhatározza, merre mozdul. Ugyanígy a rúgó játékos is előre dönt. A játék díja a gól. A nyerő stratégia a rúgóé, a vesztő a kapusé.  
Csináljunk táblázatot a várható eredményből 10 rúgás esetére! (J: jobbra, K: középre, B: balra)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Kapus | | |
| Rugó | J | K | B |
| J | 5 | 8 | 9 |
| K | 8 | 3 | 8 |
| B | 9 | 8 | 5 |

A rúgónak vagy jobbra vagy balra kell rúgnia, így legrosszabb esetben is 50%-os a siker. Ha a kapus középen marad, biztos nem megy be több, mint a rúgások 80 %-a. Ez tiszta stratégia. (Akkor nevezünk egy stratégiát tisztának, ha a játékos a lehetséges stratégiák közül egyet kiválaszt, és mindig aszerint cselekszik.), Ilyenkor nem érhető el az előbb emlegetett egyensúly.   
Ha azonban kevert stratégiát alkalmaznak, ami itt optimálisan azt jelentené, hogy a rúgó 0,416 valószínűséggel jobbra, ugyanennyivel balra rúg, a maradékban középre, akkor a büntetőből 0,717 valószínűséggel lesz gól. A kapusnak az a legjobb, ha 0,416 valószínűséggel jobbra, ugyanennyivel balra mozdul, illetve 0,168 valószínűséggel középen marad. A gól valószínűsége 0,717.

Mindezt talán kicsit közérthetőbben magyarázza el Mérő László a ”Mindenki másképp egyforma” című könyvében. Miután jórészt a játékelméletről szól, külön fejezeteket szentel hősünknek, és a pókernek, illetve részletesen elemzi a blöfföt.

Egyik példáját nagyon lerövidítve ismertetem, akit a dolog komolyan érdekel, az olvassa el a könyvben.   
Magyarázatához egy egyszerűsített játékot szerkesztett kockadobással. Ketten játszhatják, az egyikük, a kihívó (X) dob mindig a kockával, a másik a kihívott (Y). A dobó lesz a játékban a nyerő. A játék menete a következő:

1.) X letesz 10 forintot, Y 30 forintot a kezdéshez. (40 forint van az asztalon)  
2.) X dob a kockával, eredményét megnézi, de nem mutatja meg.  
3.) X feladja, és ezzel elveszti a 10 Ft-t, vagy ráhív 50 Ft-t. (Ráhívással 90 forint az asztal.) (A kockát, azaz a dobás eredményét X nem mutatja meg.)   
4.) Y feladja, ezzel elveszti 30 Ft-ját, vagy ráhív 50 Ft-t. (140 forint az asztal.)  
5.) Ha Y nem adja fel, X megmutatja a dobás eredményét. Ha 6-ost dobott nyert, ellenkező esetben Y viszi a pénzt.

Látszik, hogy ahhoz, hogy X nyerhessen, blöffölnie kell; ha mindig csak akkor hív rá, ha hatost dob, és Y semmit sem fogad el, biztos veszít. Ha viszont mindig ráhívna, világos, hogy egy idő után Y nem adja sose fel, ekkor megint ő nyer.  
A nyerő kevert stratégia a következő:  
X hatos esetén ráhív, és ezen kívül, véletlenszerűen minden kilencedik nem hatos esetén is ezt teszi. Azaz egykilenced valószínűséggel blöfföl. Kiszámítható, hosszabb távon mit hoz ez a stratégia X-nek. A szerző könyvében 54 játszmára számol. A két szélső esetet vizsgálja.  
Először, Y fogadjon el minden kihívást.  
54 dobásból átlag 9-szer jön ki hatos, ez 720 Ft nyereség, átlag 5 blöffel 5∙60=300 forintot veszít. A maradék 40 feladott partival további 400 Ft-ot. X nyeresége 54 parti után így átlag 20 forint.  
Másodszor sohase emeljen Y.   
Ekkor a 9 hatossal és az 5 blöffel X nyer 14∙30=420 forintot, de a 40 feladással veszít 400 Ft-ot. Nyeresége ekkor is 20 Ft.  
Megmutatható, hogy akármit csinál Y, időnként elfogad, időnként nem, az semmit nem változtat a dolgon, X nyer 20 Ft-ot.

Meg kell még vizsgálni a több vagy kevesebb blöff esetét. Ezt nem számolnám végig, ugyanilyen módszerrel kijön, hogy például sűrűbb blöff esetén X nyer, ha Y nem hív rá, nem fogadja el a kihívásokat, de ellenkező esetben, ha Y gyakran (mindig) ráhív, X veszít. Kevesebb blöffnél fordított a helyzet. Végeredményként tehát megállapítható, hogy ez az 1/9-edes blöffölési arány X számára egyensúlyi helyzetnek tekinthető, mert Y bármilyen játéka esetén 54 játékból átlag 20 Ft-t nyer.

Ezután Y szemszögéből is végig kell néznünk a játékot. De már láttuk, hogy alapesetünkben bármit csinál is, 20 forintot veszít, de ha X más stratégiát alkalmaz, nyerhet is, veszíthet is. Ha Y pontosan ismeri a játék matematikáját, akkor elhatározhatja, hogy biztosra játszik, a következő stratégiával. Minden kihívást 4/9-ed valószínűséggel fogad el. Tegyük fel, X mindig blöfföl, minden esetben ráhív. Számoljátok végig, hogy Y vesztesége az elfogadott 4/9-del 54 partira 20 forint, és ugyanennyi akkor is, ha X sohase blöfföl, vagy bármit csinál. Kisebb csodának tűnhet, hogy X megfelelő stratégiával mindig szolid nyereséget érhet el, bármit csinál ellenfele, de Y is minimalizálhatja a veszteségét, ha rááll a számára kiszámolt stratégiára, bármit is csinál X.

Talán ebből a hosszúra sikeredett, de Neumann János munkásságát csak röviden összefoglaló előadásból is kitűnt, hogy Neumann a tudomány számos területén hozott létre kiemelkedő alkotást, igazi polihisztor volt, az Arkhimédész, Newton, Leibniz, Daniel Bernoulli, Euler, Gauss stb. sor talán utolsó tagja. Ropolyi Lászlót idézném: „A neumann-i gondolkodásmód jól kivehető jellegzetessége a különféle tapasztalati területeken, a különféle diszciplínákban, a különféle problémakörökben megtalálható gondolati elemek folyamatos összehasonlítása és *összekapcsolása*. Ezt az eljárást nyilván jelentősen megkönnyítette Neumann számára rendkívüli teljesítményre képes memóriája. Neumann mérnöki stúdiumai talán nem múltak el nyomtalanul felette, szemléletének *mérnöki* vonásaira utal például a vizsgálat tárgyává tett szituációk határozott kijelölése, az adott szituációban használatba vehető gondolkodásmódok és észjárások szabad alkalmazása, a lehetetlent nem ismerő ambíció.”

Befejezésként egy némileg meglepő összefoglalását adnám Neumann munkásságának, idézve a Typotexnél megjelent könyv előszavából:

„Történeti összehasonlítás révén két Neumanéhoz többé-kevéssé hasonló tudományos teljesítményt találunk: az i. e. III. évszázadban tevékenykedő *Arkhimédész* és a XVII. századi *Newton* munkásságát. Törekvéseik és eredményeik hasonlósága több vonatkozásban is megmutatkozik.

1. Arkhimédész, Newton és Neumann is képes volt *egy kialakulófélben lévő fizikai diszciplína matematikai alapjait* lerakni. Arkhimédész a statika, Newton a mechanika, Neumann a kvantummechanika számára alakított ki matematikai alapelveket. Mindegyikőjük esetében megfigyelhető, hogy noha számos kortársuk is próbálkozott a problémakör értelmezésével és leírásával, mégis az ő hozzájárulásuk képviselte az igazi megoldást, amit a tanulmányozott fizikai jelenségek „mélyebb” megértése, ill. megvilágító erejű elképzelése révén értek el. Az adekvát matematika a fizikai jelenségkör sajátos látásmódja révén vált hozzáférhetővé mindhármuk számára.

2. Arkhimédész, Newton és Neumann is képes volt kora *vezető technikáinak fejlesztésére és alkotó használatára*. Arkhimédész „egyszerű” gépezetek, Newton optikai eszközök, Neumann számítógépek építésében jeleskedett. Mindegyikőjük támaszkodhatott korábbi jeles mesterek technikáira is, de mégis az ő eljárásaik váltak a későbbi technikai fejlődést meghatározó elgondolásokká. Sikereikhez mindegyik esetben alkotó módon igénybe kellett venniük saját matematikai gondolatmeneteik valaminő következményeit.

3. Arkhimédész, Newton és Neumann saját tudományos és technikai eredményein alapuló szolgálatait is alaposan igénybe vette a *politikai hatalom*. Arkhimédész félelmetes hadigépeket épített Szirakuza védelmében; Newton évtizedekig szolgált az Állami Pénzverde őreként, majd igazgatójaként, s ebbéli minőségében hatékonyan védte az ország pénzét a hamisítók ellen, ezenkívül számításokat készített a tüzérség számára; Neumann matematikai képességeivel és számítógépeivel támogatta a különféle fegyvernemek sikeres háborús szereplését, valamint a félelmetes pusztító erejű atom- és hidrogénbombák létrehozását. Ezen kívül játékelméleti megfontolásain alapuló stratégiai tanácsokkal látta el az ország katonai és politikai vezetőit.”

Irodalomjegyzék:

Neumann János válogatott írásai. Vál.: Ropolyi L., Typotex, Budapest, 2003.

Mérő László: Mindenki másképp egyforma, Tericum, 1966

Ki volt igazából Neumann János; Nemzeti Tankönyvkiadó, 2003

Dr. Czeizel Endre: Matematikusok gének rejtélyek; Galenus Gyógyszerészeti Lap- és Könyvkiadó Kft. 2011

Marx György: A marslakók érkezése; Akadémia Kiadó, 2000  
Rhodes: Az atombomba története; Park Könyvkiadó, 2013  
Simonovits András: Neumann János és a játékelmélet; Természet Világa 2003. III. különszám Neumann-emlékszám

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |